UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test intermedio - 21/12/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si determini, al variare di k in $\mathbb{R}$, la posizione reciproca delle rette:

$$r_k : x + ky = k, \qquad s : x - y = -1, \qquad t_k : kx + (k-1)y = 1$$

Risposta Se $k \neq 2, -1, \frac{1}{2}$ le tre rette sono incidenti a due a due.
Se $k = \frac{1}{2}$ s e $t_{1/2}$ sono parallele e $r_{1/2}$ è incidente a entrambe.
Se $k = -1$ r_{-1} e s sono coincidenti e t_{-1} è incidente con loro.
Se $k = 2$ le tre rette appartengono a un fascio proprio. **(pt.4)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $\mathcal{C}_k : \; kx^2 + 6xy - 2kx + y^2 + k - 1 = 0$, dove k è un parametro reale.

- Si classifichi la conica $\mathcal{C}_k$ al variare di k in $\mathbb{R}$.

  Risposta Se $k \neq \frac{9}{10}$ è generale, $k = 9$ parabola, $k > 9$ ellisse, $k < 9$ e $k \neq \frac{9}{10}$ iperbole.
  Se $k = \frac{9}{10}$ è semplicemente degenere **(pt.3)**

- Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ i punti $P = [(1,0,0)]$ e $Q = (2,-1)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = 3$ **(pt.2)**

- Posto $k = 5$ si determinino le coordinate dei punti impropri di $\mathcal{C}_5$.

  Risposta $P_\infty = [(-1,5,0)]$, $Q_\infty = [(-1,1,0)]$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} : \; x^2 + y^2 + z^2 - 3 = y - 1 = 0$ dal punto $V = (1,0,2)$.
Risposta $\mathcal{L} : \; x^2 + 3y^2 + z^2 + 2xy + 4zy - 2x - 10y - 4z + 5 = 0$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$:

- Si riconosca la superficie $\mathcal{Q} : x^2 + y^2 - 2xy + 2z + 4 = 0$ e si determini la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta $\mathcal{Q}$ è un cilindro parabolico, i suoi punti semplici sono parabolici **(pt.2)**

- Si riconoscano le sezioni di $\mathcal{Q}$ ottenute con i piani $\alpha : z = 0$ e $\beta : x = 1$, precisando, nel caso in cui la sezione sia riducibile, le rette componenti.

  Risposta La sezione con α è riducibile in $z = 0 = x - y + 2i$ e $z = 0 = x - y - 2i$.
  La sezione con β è una parabola. **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ fissato un riferimento cartesiano $[O, B = (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})]$, si determini lo spazio di traslazione della retta passante per i punti $P = (1,0,2)$ e $Q = (0,1,-1)$.
Risposta $V_1 = \mathcal{L}(\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k})$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un piano reale passante per la retta $r : x + (3+i)y = (2-i)x - z - 1 = 0$.
Risposta $\alpha : \; x + 10y + z + 1 = 0$ (r è immaginaria di prima specie). **(pt.3)**

ESERCIZIO 7. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$ si determinino delle equazioni cartesiane dei piani paralleli su cui giacciono le rette sghembe $r : x + y + 1 = 0 = x - y - z - 1$ e $s : x + y = 0 = z - 1$.
Risposta $\pi_r : \; x + y + 1 = 0$ e $\pi_s : \; x + y = 0$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 8. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ si determinino centro e raggio della circonferenza $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0 = z - 2$.
Risposta $C = (1,-2,2)$ $r = \sqrt{5}$ **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test intermedio - 21/12/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si determini, al variare di k in $\mathbb{R}$, la posizione reciproca delle rette:

$$r_k : x + (k+1)y = k+1, \qquad s : x - y = -1, \qquad t_k : (k+1)x + ky = 1$$

Risposta Se $k \neq -2, 1, -\frac{1}{2}$ le tre rette sono incidenti a due a due.
Se $k = -\frac{1}{2}$ s e $t_{-1/2}$ sono parallele e $r_{-1/2}$ è incidente a entrambe.
Se $k = -2$ r_{-2} e s sono coincidenti e t_{-2} è incidente con loro.
Se $k = 1$ le tre rette appartengono a un fascio proprio. **(pt.4)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $\mathcal{C}_k :\ (k-1)x^2 + 6xy - 2(k-1)x + y^2 + k - 2 = 0$, dove k è un parametro reale.

- Si classifichi la conica $\mathcal{C}_k$ al variare di k in $\mathbb{R}$.

  Risposta Se $k \neq \frac{19}{10}$ è generale, $k = 10$ parabola, $k > 10$ ellisse, $k < 10$ e $k \neq \frac{19}{10}$ iperbole.
  Se $k = \frac{19}{10}$ è semplicemente degenere **(pt.3)**

- Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ i punti $P = [(1, 0, 0)]$ e $Q = (2, -1)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = 4$ **(pt.2)**

- Posto $k = 9$ si determinino le coordinate dei punti impropri di $\mathcal{C}_9$.

  Risposta $P_\infty = [(1, -4, 0)]$, $Q_\infty = [(1, -2, 0)]$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} :\ x^2 + y^2 + z^2 - 3 = 4y - 1 = 0$ dal punto $V = (1, 0, 2)$.
Risposta $\mathcal{L} :\ x^2 + 33y^2 + z^2 + 8xy + 16yz - 2x - 40y - 4z + 5 = 0$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$:

- Si riconosca la superficie $\mathcal{Q} : x^2 - y^2 - z^2 - 2yz - 2x - 4 = 0$ e si determini la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta $\mathcal{Q}$ è un cilindro iperbolico, i suoi punti semplici sono parabolici **(pt.2)**

- Si riconoscano le sezioni di $\mathcal{Q}$ ottenute con i piani $\alpha : x = 0$ e $\beta : z = 0$, precisando, nel caso in cui la sezione sia riducibile, le rette componenti.

  Risposta La sezione con α è riducibile in $x = 0 = y + z + 2i$ e $x = 0 = y + z - 2i$.
  La sezione con β è un'iperbole. **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ fissato un riferimento cartesiano $[O, B = (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})]$, si determini lo spazio di traslazione della retta passante per i punti $P = (3, 0, 4)$ e $Q = (0, 1, -1)$.
Risposta $V_1 = \mathcal{L}(3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 5\mathbf{k})$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un piano reale passante per la retta $r : (3 + i)x + y = 0 = (2 - i)y - z + 2$.
Risposta $\alpha :\ 10x + y + z - 2 = 0$ (r è immaginaria di prima specie). **(pt.3)**

ESERCIZIO 7. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$ si determinino delle equazioni cartesiane dei piani paralleli su cui giacciono le rette sghembe $r : 2x + y + 1 = 0 = x - z - 3$ e $s : 2x + y = 0 = x + 2z - 1$.
Risposta $\pi_r :\ 2x + y + 1 = 0$ e $\pi_s :\ 2x + y = 0$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 8. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ si determinino centro e raggio della circonferenza $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0 = z - 1$.
Risposta $C = (1, -2, 1)$ $r = 2\sqrt{2}$ **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test intermedio - 21/12/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si determini, al variare di k in $\mathbb{R}$, la posizione reciproca delle rette:

$$r_k : x + (k-1)y = k-1, \qquad s : x - y = -1, \qquad t_k : (k-1)x + (k-2)y = 1$$

Risposta Se $k \neq 3, 0, \frac{3}{2}$ le tre rette sono incidenti a due a due.
Se $k = \frac{3}{2}$ s e $t_{3/2}$ sono parallele e $r_{3/2}$ è incidente a entrambe.
Se $k = 0$ r_0 e s sono coincidenti e t_0 è incidente con loro.
Se $k = 3$ le tre rette appartengono a un fascio proprio. **(pt.4)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $\mathcal{C}_k :\ kx^2 - 6xy - 2kx - y^2 + k + 1 = 0$, dove k è un parametro reale.

- Si classifichi la conica $\mathcal{C}_k$ al variare di k in $\mathbb{R}$.

  Risposta Se $k \neq -\frac{9}{10}$ è generale, $k = -9$ parabola, $k > -9$ e $k \neq -\frac{9}{10}$ iperbole, $k < -9$ ellisse.
  Se $k = -\frac{9}{10}$ è semplicemente degenere **(pt.3)**

- Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ i punti $P = [(1,0,0)]$ e $Q = (2,-1)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = -3$ **(pt.2)**

- Posto $k = 7$ si determinino le coordinate dei punti impropri di $\mathcal{C}_7$.

  Risposta $P_\infty = [(1,-7,0)]$, $Q_\infty = [(1,1,0)]$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} :\ x^2 + y^2 + z^2 - 3 = 0 = 2y - 1$ dal punto $V = (1,0,2)$.
Risposta $\mathcal{L} :\ x^2 + 9y^2 + z^2 + 4xy + 8yz - 2x - 20y - 4z + 5 = 0$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$:

- Si riconosca la superficie $\mathcal{Q} : 4x^2 + 4xy + y^2 + z^2 + 4x + 2y = 0$ e si determini la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta $\mathcal{Q}$ è un cilindro ellittico, i suoi punti semplici sono parabolici **(pt.2)**

- Si riconoscano le sezioni di $\mathcal{Q}$ ottenute con i piani $\alpha : x = 0$ e $\beta : z + 1 = 0$, precisando, nel caso in cui la sezione sia riducibile, le rette componenti.

  Risposta La sezione con α è un'ellisse.
  La sezione con β è riducibile nelle rette coincidenti di equazioni $z + 1 = 0 = 2x + y + 1$. **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ fissato un riferimento cartesiano $[O, B = (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})]$, si determini lo spazio di traslazione della retta passante per i punti $P = (-4,0,3)$ e $Q = (0,1,-1)$.
Risposta $V_1 = \mathcal{L}(-4\mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k})$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un piano reale passante per la retta $r : x + (3+i)z = 0 = (2-i)x - y + 3$.
Risposta $\alpha :\ x + y + 10z - 3 = 0$ (r è immaginaria di prima specie). **(pt.3)**

ESERCIZIO 7. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$ si determinino delle equazioni cartesiane dei piani paralleli su cui giacciono le rette sghembe $r : x - 3y + 1 = 0 = 2x - z + 4$ e $s : x - 3y = 0 = x + y + z$.
Risposta $\pi_r :\ x - 3y + 1 = 0$ e $\pi_s :\ x - 3y = 0$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 8. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ si determinino centro e raggio della circonferenza $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0 = 2z - 5$.
Risposta $C = (1,-2,5/2)$ $r = \sqrt{11}/2$ **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test intermedio - 21/12/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si determini, al variare di k in $\mathbb{R}$, la posizione reciproca delle rette:

$$r_k : x + (k+1)y = k+1, \qquad s : x - y = -1, \qquad t_k : (k+1)x + ky = 1$$

Risposta Se $k \neq -2, 1, -\frac{1}{2}$ le tre rette sono incidenti a due a due.
Se $k = -\frac{1}{2}$ s e $t_{-1/2}$ sono parallele e $r_{-1/2}$ è incidente a entrambe.
Se $k = -2$ r_{-2} e s sono coincidenti e t_{-2} è incidente con loro.
Se $k = 1$ le tre rette appartengono a un fascio proprio. **(pt.4)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $\mathcal{C}_k :\ kx^2 - 4xy + 4kx + 3y^2 - 2k = 0$, dove k è un parametro reale.

- Si classifichi la conica $\mathcal{C}_k$ al variare di k in $\mathbb{R}$.

  Risposta Se $k \neq 0, \frac{4}{9}$ è generale, $k = \frac{4}{3}$ parabola, $k > \frac{4}{3}$ ellisse, $k < \frac{4}{3}$ e $k \neq 0, \frac{4}{9}$ iperbole.
  Se $k = 0, \frac{4}{9}$ è semplicemente degenere **(pt.3)**

- Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ i punti $P = [(2,0,0)]$ e $Q = (1,1)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = \frac{2}{3}$ **(pt.2)**

- Posto $k = 1$ si determinino le coordinate dei punti impropri di $\mathcal{C}_1$.

  Risposta $P_\infty = [(3,1,0)]$, $Q_\infty = [(1,1,0)]$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} :\ x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0 = x - 1$ dal punto $V = (0,-1,1)$.
Risposta $\mathcal{L} :\ x^2 - y^2 - z^2 + 2xy - 2xz + 4x - 2y + 2z - 2 = 0$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$:

- Si riconosca la superficie $\mathcal{Q} : y^2 - 2yz + z^2 - 2x + 9 = 0$ e si determini la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta $\mathcal{Q}$ è un cilindro parabolico, i suoi punti semplici sono parabolici **(pt.2)**

- Si riconoscano le sezioni di $\mathcal{Q}$ ottenute con i piani $\alpha : x = 0$ e $\beta : z = -1$, precisando, nel caso in cui la sezione sia riducibile, le rette componenti.

  Risposta La sezione con α è riducibile in $x = 0 = y - z + 3i$ e $x = 0 = y - z - 3i$.
  La sezione con β è una parabola. **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ fissato un riferimento cartesiano $[O, B = (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})]$, si determini lo spazio di traslazione della retta passante per i punti $P = (2,1,2)$ e $Q = (-1,0,1)$.
Risposta $V_1 = \mathcal{L}(3\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un piano reale passante per la retta $r : x + (3-i)y = 0 = (i+1)x - z + 1$.
Risposta $\alpha :\ 2x + 10y + z - 1 = 0$ (r è immaginaria di prima specie). **(pt.3)**

ESERCIZIO 7. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$ si determinino delle equazioni cartesiane dei piani paralleli su cui giacciono le rette sghembe $r : x + y - 1 = 0 = 2x + y - z + 2$ e $s : x + y = 0 = z - 2$.
Risposta $\pi_r :\ x + y - 1 = 0$ e $\pi_s :\ x + y = 0$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 8. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ si determinino centro e raggio della circonferenza $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + z^2 + 4z - 4 = 0 = x - 2$.
Risposta $C = (2,0,-2)$ $r = 2$ **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test intermedio - 21/12/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si determini, al variare di k in $\mathbb{R}$, la posizione reciproca delle rette:

$$r_k : kx + 2y = 2, \qquad s : x + y = 1, \qquad t_k : (k-1)x - y = k$$

Risposta Se $k \neq 2, \frac{2}{3}, 0, -1$ le tre rette sono incidenti a due a due.
Se $k = 2$ s e r_2 sono coincidenti e t_2 è incidente a entrambe.
Se $k = \frac{2}{3}$ $r_{\frac{2}{3}}$ e $t_{\frac{2}{3}}$ sono parallele e s è incidente con loro.
Se $k = 0$ s e t_0 sono parallele e r_0 è incidente con loro.
Se $k = -1$ le tre rette appartengono a un fascio proprio. **(pt.4)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $\mathcal{C}_k :\ kx^2 + 4xy + 2(k+1)x - y^2 + k = 0$, dove k è un parametro reale.

- Si classifichi la conica $\mathcal{C}_k$ al variare di k in $\mathbb{R}$.

  Risposta Se $k \neq \frac{1}{2}$ è generale, $k = -4$ parabola, $k < -4$ ellisse, $k > -4$ e $k \neq \frac{1}{2}$ iperbole.
  Se $k = \frac{1}{2}$ è semplicemente degenere **(pt.3)**

- Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ i punti $P = [(1,0,0)]$ e $Q = (2,0)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = -\frac{1}{3}$ **(pt.2)**

- Posto $k = -3$ si determinino le coordinate dei punti impropri di $\mathcal{C}_{-3}$.

  Risposta $P_\infty = [(1,3,0)]$, $Q_\infty = [(1,1,0)]$ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} :\ x^2 + y^2 + z^2 - 6 = 0 = z - 1$ dal punto $V = (-1, 2, 0)$.
Risposta $\mathcal{L} :\ x^2 + y^2 + 2x - 2xz - 4y + 4yz - 10z + 5 = 0$ **(pt.4)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$:

- Si riconosca la superficie $\mathcal{Q} : x^2 + 9y^2 - 6xy - 4z + 4 = 0$ e si determini la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta $\mathcal{Q}$ è un cilindro parabolico, i suoi punti semplici sono parabolici **(pt.2)**

- Si riconoscano le sezioni di $\mathcal{Q}$ ottenute con i piani $\alpha : z = 0$ e $\beta : x = 1$, precisando, nel caso in cui la sezione sia riducibile, le rette componenti.

  Risposta La sezione con α è riducibile in $z = 0 = x - 3y + 2i$ e $z = 0 = x - 3y - 2i$.
  La sezione con β è una parabola. **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ fissato un riferimento cartesiano $[O, B = (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})]$, si determini lo spazio di traslazione della retta passante per i punti $P = (0, 3, -1)$ e $Q = (1, 2, -3)$.
Risposta $V_1 = \mathcal{L}(\mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k})$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un piano reale passante per la retta $r : (i-1)x - y = 0 = (2+i)y + z - 3$.
Risposta $\alpha :\ 2x - y - z + 3 = 0$ (r è immaginaria di prima specie). **(pt.3)**

ESERCIZIO 7. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$ si determinino delle equazioni cartesiane dei piani paralleli su cui giacciono le rette sghembe $r : x - 2y + 1 = 0 = x + y - z + 2$ e $s : x - 2y = 0 = z - 5$.
Risposta $\pi_r :\ x - 2y + 1 = 0$ e $\pi_s :\ x - 2y = 0$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 8. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ si determinino centro e raggio della circonferenza $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2 = 0 = y + 2$.
Risposta $C = (2, -2, 0)$ $r = \sqrt{2}$ **(pt.3)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test intermedio - 21/12/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\mathbb{E}_2(\mathbb{R})$ si determini, al variare di k in $\mathbb{R}$, la posizione reciproca delle rette:

$$r_k : x + ky = k, \qquad s : x - y = -1, \qquad t_k : kx + (k-1)y = 1$$

Risposta Se $k \neq 2, -1, \frac{1}{2}$ le tre rette sono incidenti a due a due.
Se $k = \frac{1}{2}$ s e $t_{1/2}$ sono parallele e $r_{1/2}$ è incidente a entrambe.
Se $k = -1$ r_{-1} e s sono coincidenti e t_{-1} è incidente con loro.
Se $k = 2$ le tre rette appartengono a un fascio proprio. ______ **(pt.4)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $\mathcal{C}_k :\ (k+1)x^2 + 4xy - 2kx + 3y^2 + k = 0$, dove k è un parametro reale.

- Si classifichi la conica $\mathcal{C}_k$ al variare di k in $\mathbb{R}$.

  Risposta Se $k \neq 0$ è generale, $k = \frac{1}{3}$ parabola, $k > \frac{1}{3}$ ellisse, $k < \frac{1}{3}$ e $k \neq 0$ iperbole.
  Se $k = 0$ è semplicemente degenere ______ **(pt.3)**

- Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ i punti $P = [(-1, 0, 0)]$ e $Q = (-1, 2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = 3/2$ ______ **(pt.2)**

- Posto $k = 0$ si determinino le coordinate dei punti impropri di $\mathcal{C}_0$.

  Risposta $P_\infty = [(1, -1, 0)]$, $Q_\infty = [(3, -1, 0)]$ ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico $\mathcal{L}$ delle rette che proiettano i punti della conica $\mathcal{C} :\ x^2 + y^2 + z^2 - 8 = 0 = y - 1$ dal punto $V = (-2, 0, 1)$.
Risposta $\mathcal{L} :\ x^2 - 2y^2 + z^2 - 4xy + 4x + 2yz - 10y - 2z + 5 = 0$ ______ **(pt.4)**

ESERCIZIO 4. In $\widetilde{\mathbb{E}}_3(\mathbb{C})$:

- Si riconosca la superficie $\mathcal{Q} : x^2 + 4z^2 - 4xz + 2y + 1 = 0$ e si determini la natura dei suoi punti semplici.

  Risposta $\mathcal{Q}$ è un cilindro parabolico, i suoi punti semplici sono parabolici ______ **(pt.2)**

- Si riconoscano le sezioni di $\mathcal{Q}$ ottenute con i piani $\alpha : y = 0$ e $\beta : x = 2$, precisando, nel caso in cui la sezione sia riducibile, le rette componenti.

  Risposta La sezione con α è riducibile in $y = 0 = x - 2z + i$ e $y = 0 = x - 2z - i$.
  La sezione con β è una parabola. ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 5. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ fissato un riferimento cartesiano $[O, B = (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})]$, si determini lo spazio di traslazione della retta passante per i punti $P = (2, 1, -1)$ e $Q = (0, -1, 2)$.
Risposta $V_1 = \mathcal{L}(2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k})$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un piano reale passante per la retta $r : (i-2)x - y = 0 = (i+1)y + z + 4$.
Risposta $\alpha :\ 5x + y - z - 4 = 0$ (r è immaginaria di prima specie). ______ **(pt.3)**

ESERCIZIO 7. In $\mathbb{A}_3(\mathbb{R})$ si determinino delle equazioni cartesiane dei piani paralleli su cui giacciono le rette sghembe $r : x - y + 3 = 0 = 2x - y - z - 1$ e $s : x - y = 0 = z - 5$.
Risposta $\pi_r :\ x - y + 3 = 0$ e $\pi_s :\ x - y = 0$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 8. In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ si determinino centro e raggio della circonferenza $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2 = 0 = z - 1$.
Risposta $C = (1, 2, 1)$ $r = \sqrt{6}$ ______ **(pt.3)**