

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 17.01.11

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_h : (1 + 2h)x^2 + 3y^2 + 2hxy + 4x + 1 = 0, h \in \mathbb{R}$.

- Si dica per quali valori di h la conica è generale;

Risposta $h \neq 3$ _____ (pt.2)

- si dica per quali valori di h la conica rappresenta un'iperbole, per quali una parabola, per quali un'ellisse;

Risposta iperbole: $h < 3 - 2\sqrt{3} \cup h > 3 + 2\sqrt{3}$, parabola: $h = 3 \pm 2\sqrt{3}$, ellisse: $3 - 2\sqrt{3} < h < 3 + 2\sqrt{3}, h \neq 3$ (pt.3)

- posto $h = -1$, si determinino, se esistono e sono reali, centro, punti impropri e asintoti di \mathcal{C}_{-1} .

Risposta centro: $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$, punti impropri: $[(1, 1, 0)], [(-3, 1, 0)]$, asintoti: $x - y - 1 = 0, x + 3y - 3 = 0$ (pt.5)

ESERCIZIO 2. Data la quadrica $\mathcal{Q} : 3x^2 - y^2 + z^2 - 4y - 3 = 0$

- riconoscerla e determinare la natura dei suoi punti semplici;

Risposta iperboloide ellittico _____ (pt.4)

- riconoscere le tre coniche ottenute come sezione di \mathcal{Q} con i tre piani coordinati.

Risposta $x = 0$ iperbole, $y = 0$ ellisse, $z = 0$ iperbole _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ i punti $P = (3, 1, 0)$ e $Q = (1, 0, 2)$, la retta $r : \begin{cases} y - 3z = 1 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

e il piano $\alpha : 2x + 6y - 3z + 25 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del piano passante per P ed ortogonale a r ;

Risposta $3x - 6y - 2z - 3 = 0$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta passante per Q e parallela a r ;

Risposta $\begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.2)

- un'equazione della sfera con centro in P e raggio pari alla distanza fra il punto Q e il piano α .

Risposta $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 1 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. Date le rette $r : \begin{cases} x = 0 \\ ky + 3z = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} y = 2 \\ 3x + ky = 0 \end{cases}$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si determinino:

- i valori di k per cui tali rette risultano sghembe;

Risposta $k \neq 0$ _____ (pt.2)

- posto $k = 1$, equazioni cartesiane dei piani paralleli che contengono rispettivamente la retta r e la retta s .

Risposta $x = 0, 3x + 2 = 0$ _____ (pt.2)

- posto $k = 1$, un'equazione cartesiana della quadrica generata dalla rotazione di r attorno ad s . Di che tipo di quadrica si tratta?

Risposta $3x^2 + 3y^2 - 27z^2 + 4x - 12y - 36z = 0$, iperboloide iperbolico _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 17.01.11

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_h : 5hx^2 - y^2 - 6hxy - 4y - 1 = 0, h \in \mathbb{R}$.

- Si dica per quali valori di h la conica è generale;

Risposta $h \neq 0, h \neq 5/3$ _____ (pt.2)

- si dica per quali valori di h la conica rappresenta un'iperbole, per quali una parabola, per quali un'ellisse;

Risposta iperbole: $h < -5/9 \cup h > 0, h \neq 5/3$, parabola: $h = 5/3$, ellisse: $-5/9 < h < 0$ _____ (pt.3)

- posto $h = -1$, si determinino, se esistono e sono reali, centro, punti impropri e asintoti di \mathcal{C}_{-1} .

Risposta centro: $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$, punti impropri: $[(1, 1, 0)], [(1, 5, 0)]$, asintoti: $x - y + 1 = 0, 5x - y - 5 = 0$. (pt.5)

ESERCIZIO 2. Data la quadrica $\mathcal{Q} : x^2 - y^2 - 3z^2 - 4x + 3 = 0$

- riconoscerla e determinare la natura dei suoi punti semplici;

Risposta iperboloide ellittico _____ (pt.4)

- riconoscere le tre coniche ottenute come sezione di \mathcal{Q} con i tre piani coordinati.

Risposta $x = 0$ ellisse, $y = 0$ iperbole, $z = 0$ iperbole _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ i punti $P = (1, 0, -1)$ e $Q = (0, 2, 3)$, la retta $r : \begin{cases} 3x - z = 0 \\ y + 2z = 1 \end{cases}$

e il piano $\alpha : 2x - 3y - 6z + 3 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del piano passante per P ed ortogonale a r ;

Risposta $x - 6y + 3z + 2 = 0$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta passante per Q e parallela a r ;

Risposta $\begin{cases} 6x + y - 2 = 0 \\ 3x - z + 3 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.2)

- un'equazione della sfera con centro in P e raggio pari alla distanza fra il punto Q e il piano α .

Risposta $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 7 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. Date le rette $r : \begin{cases} y = 0 \\ (k-1)x + 3z = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x = 2 \\ (k-1)x + 3y = 0 \end{cases}$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si determinino:

- i valori di k per cui tali rette risultano sghembe;

Risposta $k \neq 1$ _____ (pt.2)

- posto $k = 2$, equazioni cartesiane dei piani paralleli che contengono rispettivamente la retta r e la retta s .

Risposta $y = 0, 3y + 2 = 0$ _____ (pt.2)

- posto $k = 2$, un'equazione cartesiana della quadrica generata dalla rotazione di r attorno ad s . Di che tipo di quadrica si tratta?

Risposta $3x^2 + 3y^2 - 27z^2 - 12x + 4y - 36z = 0$, iperboloide iperbolico _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 17.01.11

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_h : x^2 + 6hxy - 5hy^2 + 4x + 1 = 0$, $h \in \mathbb{R}$.

- Si dica per quali valori di h la conica è generale;

Risposta $h \neq 0, h \neq \frac{5}{3}$ _____ (pt.2)

- si dica per quali valori di h la conica rappresenta un'iperbole, per quali una parabola, per quali un'ellisse;

Risposta iperbole: $h < -\frac{5}{9} \cup h > 0, h \neq \frac{5}{3}$, parabola: $h = -\frac{5}{9}$, ellisse: $-\frac{5}{9} < h < 0$ _____ (pt.3)

- posto $h = -1$, si determinino, se esistono e sono reali, centro, punti impropri e asintoti di \mathcal{C}_{-1} .

Risposta centro: $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$, punti impropri: $[(1, 1, 0)], [(5, 1, 0)]$, asintoti: $x - y - 1 = 0, x - 5y + 5 = 0$. (pt.5)

ESERCIZIO 2. Data la quadrica $\mathcal{Q} : x^2 + 3y^2 - z^2 + 4z - 3 = 0$

- riconoscerla e determinare la natura dei suoi punti semplici;

Risposta iperboloide ellittico _____ (pt.4)

- riconoscere le tre coniche ottenute come sezione di \mathcal{Q} con i tre piani coordinati.

Risposta $x = 0$ iperbole, $y = 0$ iperbole, $z = 0$ ellisse _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ i punti $P = (0, 1, -1)$ e $Q = (2, 0, 3)$, la retta $r : \begin{cases} y - 2z = 1 \\ x + 3z = 0 \end{cases}$

e il piano $\alpha : 6x - 3y + 2z + 3 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del piano passante per P ed ortogonale a r ;

Risposta $3x - 2y - z + 1 = 0$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta passante per Q e parallela a r ;

Risposta $\begin{cases} x + 3z - 11 = 0 \\ y - 2z + 6 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.2)

- un'equazione della sfera con centro in P e raggio pari alla distanza fra il punto Q e il piano α .

Risposta $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. Date le rette $r : \begin{cases} y = 0 \\ kx + 3z = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x = 2 \\ kx + 3y = 0 \end{cases}$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si determinino:

- i valori di k per cui tali rette risultano sghembe;

Risposta $k \neq 0$ _____ (pt.2)

- posto $k = 1$, equazioni cartesiane dei piani paralleli che contengono rispettivamente la retta r e la retta s .

Risposta $y = 0, 3y + 2 = 0$ _____ (pt.2)

- posto $k = 1$, un'equazione cartesiana della quadrica generata dalla rotazione di r attorno ad s . Di che tipo di quadrica si tratta?

Risposta $3x^2 + 3y^2 - 27z^2 - 12x + 4y - 36z = 0$, iperboloide iperbolico _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 17.01.11

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_h : 3x^2 + (1 - 2h)y^2 - 2hxy + 4y + 1 = 0$, $h \in \mathbb{R}$.

- Si dica per quali valori di h la conica è generale;

Risposta $h \neq -3$ _____ (pt.2)

- si dica per quali valori di h la conica rappresenta un'iperbole, per quali una parabola, per quali un'ellisse;

Risposta iperbole: $h < -3 - 2\sqrt{3} \cup h > -3 + 2\sqrt{3}$, parabola: $h = -3 \pm 2\sqrt{3}$, ellisse: $-3 - 2\sqrt{3} < h < -3 + 2\sqrt{3}$, $h \neq -3$ _____ (pt.3)

- posto $h = 1$, si determinino, se esistono e sono reali, centro, punti impropri e asintoti di \mathcal{C}_1 .

Risposta centro: $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$, punti impropri: $[(1, 1, 0)], [(1, -3, 0)]$, asintoti: $x - y + 1 = 0$, $3x + y - 3 = 0$ (pt.5)

ESERCIZIO 2. Data la quadrica $\mathcal{Q} : 2x^2 + y^2 - z^2 - 6z - 2 = 0$

- riconoscerla e determinare la natura dei suoi punti semplici;

Risposta iperboloide ellittico _____ (pt.4)

- riconoscere le tre coniche ottenute come sezione di \mathcal{Q} con i tre piani coordinati.

Risposta $x = 0$ iperbole, $y = 0$ iperbole, $z = 0$ ellisse _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ i punti $P = (-1, 0, 1)$ e $Q = (1, 3, 0)$, la retta $r : \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x - 3z = 1 \end{cases}$

e il piano $\alpha : 3x - 6y - 2z - 6 = 0$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del piano passante per P ed ortogonale a r ;

Risposta $3x + 6y + z + 2 = 0$ _____ (pt.2)

- una rappresentazione cartesiana della retta passante per Q e parallela a r ;

Risposta $\begin{cases} x - 3z - 1 = 0 \\ y - 6z - 3 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.2)

- un'equazione della sfera con centro in P e raggio pari alla distanza fra il punto Q e il piano α .

Risposta $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. Date le rette $r : \begin{cases} x = 0 \\ (k+1)y + 3z = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} y = 2 \\ 3x + (k+1)y = 0 \end{cases}$, al variare di $k \in \mathbb{R}$, si determinino:

- i valori di k per cui tali rette risultano sghembe;

Risposta $k \neq -1$ _____ (pt.2)

- posto $k = 0$, equazioni cartesiane dei piani paralleli che contengono rispettivamente la retta r e la retta s .

Risposta $x = 0$, $3x + 2 = 0$ _____ (pt.2)

- posto $k = 0$, un'equazione cartesiana della quadrica generata dalla rotazione di r attorno ad s . Di che tipo di quadrica si tratta?

Risposta $3x^2 + 3y^2 - 27z^2 + 4x - 12y - 36z = 0$, iperboloide iperbolico _____ (pt.4)