

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 21.12.09

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $C_k : kx^2 + 4kxy - 12y^2 + 4y + 3 = 0, k \in \mathbb{R}$.

- Si dica per quali valori di k la conica è generale;

Risposta $k \neq 0, k \neq -\frac{10}{3}$ _____ (pt.2)

- si dica per quali valori di k la conica rappresenta un'iperbole, per quali una parabola, per quali un'ellisse;

Risposta iperbole: $k < -3 \cup k > 0, k \neq -\frac{10}{3}$, parabola: $k = -3$, ellisse: $-3 < k < 0$ _____ (pt.3)

- posto $k = 1$, si determinino centro, punti impropri e asintoti di C_1 .

Risposta centro: $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{8})$, punti impropri: $[(-6, 1, 0)], [(2, 1, 0)]$, asintoti: $2x + 12y - 1 = 0, 2x - 4y + 1 = 0$ - (pt.4)

ESERCIZIO 2. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ la sfera $\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 11 = 0$ e il piano $\pi : x - 2y - z - 3 = 0$.

Si determinino:

- centro e raggio di Σ ;

Risposta centro: $(1, 0, 1)$, raggio: $\sqrt{13}$ _____ (pt.2)

- centro e raggio della circonferenza ottenuta sezionando Σ con il piano π ;

Risposta centro: $(\frac{3}{2}, -1, \frac{1}{2})$, raggio: $\sqrt{\frac{23}{2}}$ _____ (pt.3)

- il piano tangente a Σ nel punto $P = (3, 2\sqrt{2}, 0)$.

Risposta $2x + 2\sqrt{2}y - z - 14 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ i punti $A = (1, 1, 3)$ e $B = (0, 2, 5)$ e la retta $r : \begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ x - z - 2 = 0 \end{cases}$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del piano passante per A e B e parallelo a r ;

Risposta $2y - z + 1 = 0$ _____ (pt.3)

- una rappresentazione cartesiana della retta passante per A , perpendicolare e incidente a r ;

Risposta $\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ 5y + 2z - 11 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano passante per B e contenente r .

Risposta $4x - 14y + 3z + 13 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. Date le rette $r : \begin{cases} x - 5 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ z - h = 0 \end{cases}$, al variare di $h \in \mathbb{R}$, si determinino:

- i valori di h per cui tali rette risultano sghembe;

Risposta $h \neq 2$ _____ (pt.2)

- posto $h = 0$, una rappresentazione cartesiana della retta di minima distanza tra r ed s .

Risposta $\begin{cases} 3x - 3y - 20 = 0 \\ 3x - 3z - 13 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 21.12.09

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $C_k : \frac{k}{2}x^2 + 2kxy - 12y^2 + 4y + 3 = 0, k \in \mathbb{R}$.

- Si dica per quali valori di k la conica è generale;

Risposta $k \neq 0, k \neq -\frac{20}{3}$ _____ (pt.2)

- si dica per quali valori di k la conica rappresenta un'iperbole, per quali una parabola, per quali un'ellisse;

Risposta iperbole: $k < -6 \cup k > 0, k \neq -\frac{20}{3}$, parabola: $k = -6$, ellisse: $-6 < k < 0$ _____ (pt.3)

- posto $k = -8$, si determinino centro, punti impropri e asintoti di C_{-8} .

Risposta centro: $(1, -\frac{1}{2})$, punti impropri: $[(-1, 1, 0)], [(-3, 1, 0)]$, asintoti: $2x + 2y - 1 = 0, 2x + 6y + 1 = 0$ - (pt.4)

ESERCIZIO 2. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ la sfera $\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 11 = 0$ e il piano $\pi : x - 2y - z - 3 = 0$.

Si determinino:

- centro e raggio di Σ ;

Risposta centro: $(0, 1, 1)$, raggio: $\sqrt{13}$ _____ (pt.2)

- centro e raggio della circonferenza ottenuta sezionando Σ con il piano π ;

Risposta centro: $(1, -1, 0)$, raggio: $\sqrt{7}$ _____ (pt.3)

- il piano tangente a Σ nel punto $P = (2\sqrt{2}, 3, 0)$.

Risposta $2\sqrt{2}x + 2y - z - 14 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ i punti $A = (1, 1, 3)$ e $B = (0, 2, 5)$ e la retta $r : \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + z - 2 = 0 \end{cases}$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del piano passante per A e B e parallelo a r ;

Risposta $2x + z - 5 = 0$ _____ (pt.3)

- una rappresentazione cartesiana della retta passante per A , perpendicolare e incidente a r ;

Risposta $\begin{cases} x - 7y + 6 = 0 \\ 4y - z - 1 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano passante per B e contenente r .

Risposta $5x - 3y + z + 1 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. Date le rette $r : \begin{cases} x - 5 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ z - h = 0 \end{cases}$, al variare di $h \in \mathbb{R}$, si determinino:

- i valori di h per cui tali rette risultano sghembe;

Risposta $h \neq \frac{1}{2}$ _____ (pt.2)

- posto $h = 0$, una rappresentazione cartesiana della retta di minima distanza tra r ed s .

Risposta $\begin{cases} 18x - 9y - 101 = 0 \\ 18x - 9z - 88 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 21.12.09

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $C_k : 12x^2 - 4kxy - 2ky^2 - 4x - 1 = 0, k \in \mathbb{R}$.

- Si dica per quali valori di k la conica è generale;

Risposta $k \neq -8, k \neq 0$ _____ (pt.2)

- si dica per quali valori di k la conica rappresenta un'iperbole, per quali una parabola, per quali un'ellisse;

Risposta iperbole: $k < -6 \cup k > 0, k \neq -8$, parabola: $k = -6$, ellisse: $-6 < k < 0$ _____ (pt.3)

- posto $k = 2$, si determinino centro, punti impropri e asintoti di C_2 .

Risposta centro: $(\frac{1}{8}, -\frac{1}{8})$, punti impropri: $[(1, 1, 0)], [(1, -3, 0)]$, asintoti: $4x - 4y - 1 = 0, 12x + 4y - 1 = 0$ - (pt.4)

ESERCIZIO 2. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ la sfera $\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 11 = 0$ e il piano $\pi : x - 2y - z - 3 = 0$.

Si determinino:

- centro e raggio di Σ ;

Risposta centro: $(1, 1, 0)$, raggio: $\sqrt{13}$ _____ (pt.2)

- centro e raggio della circonferenza ottenuta sezionando Σ con il piano π ;

Risposta centro: $(\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$, raggio: $\frac{\sqrt{93}}{3}$ _____ (pt.3)

- il piano tangente a Σ nel punto $P = (0, 3, 2\sqrt{2})$.

Risposta $x - 2y - 2\sqrt{2}z + 14 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ i punti $A = (1, 1, 3)$ e $B = (0, 2, 5)$ e la retta $r : \begin{cases} x - 2z + 1 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del piano passante per A e B e parallelo a r ;

Risposta $3x - 5y + 4z - 10 = 0$ _____ (pt.3)

- una rappresentazione cartesiana della retta passante per A , perpendicolare e incidente a r ;

Risposta $\begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ 2y - z + 1 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano passante per B e contenente r .

Risposta $5x - 9y + 8z - 22 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. Date le rette $r : \begin{cases} x - 5 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ z - h = 0 \end{cases}$, al variare di $h \in \mathbb{R}$, si determinino:

- i valori di h per cui tali rette risultano sghembe;

Risposta $h \neq 7$ _____ (pt.2)

- posto $h = 0$, una rappresentazione cartesiana della retta di minima distanza tra r ed s .

Risposta $\begin{cases} 3x - 6y - 28 = 0 \\ 3y - 3z + 10 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 21.12.09

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $C_k : kx^2 - 2kxy - 3y^2 + 4x - 6 = 0, k \in \mathbb{R}$.

- Si dica per quali valori di k la conica è generale;

Risposta $k \neq -1, k \neq -2$ _____ (pt.2)

- si dica per quali valori di k la conica rappresenta un'iperbole, per quali una parabola, per quali un'ellisse;

Risposta iperbole: $k < -3 \cup k > 0$, parabola: $k = -3, k = 0$, ellisse: $-3 < k < 0, k \neq -2, k \neq -1$ _____ (pt.3)

- posto $k = 1$, si determinino centro, punti impropri e asintoti di C_1 .

Risposta centro: $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$, punti impropri: $[(-1, 1, 0)], [(3, 1, 0)]$, asintoti: $x + y + 1 = 0, x - 3y + 3 = 0$ _____ (pt.4)

ESERCIZIO 2. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ la sfera $\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 14 = 0$ e il piano $\pi : x - 2y + 2z + 6 = 0$.

Si determinino:

- centro e raggio di Σ ;

Risposta centro: $(1, 0, 1)$, raggio: 4 _____ (pt.2)

- centro e raggio della circonferenza ottenuta sezionando Σ con il piano π ;

Risposta centro: $(0, 2, -1)$, raggio: $\sqrt{7}$ _____ (pt.3)

- il piano tangente a Σ nel punto $P = (4, \sqrt{6}, 0)$.

Risposta $3x + \sqrt{6}y - z - 18 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ i punti $A = (0, 1, 3)$ e $B = (1, 2, 0)$ e la retta $r : \begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ x - z - 2 = 0 \end{cases}$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del piano passante per A e B e parallelo a r ;

Risposta $5x - 8y - z + 11 = 0$ _____ (pt.3)

- una rappresentazione cartesiana della retta passante per A , perpendicolare e incidente a r ;

Risposta $\begin{cases} 2x - 7y + 7 = 0 \\ 4y + z - 7 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano passante per B e contenente r .

Risposta $x + 2y - 2z - 5 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. Date le rette $r : \begin{cases} x - 5 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ z - h = 0 \end{cases}$, al variare di $h \in \mathbb{R}$, si determinino:

- i valori di h per cui tali rette risultano sghembe;

Risposta $h \neq -7$ _____ (pt.2)

- posto $h = 0$, una rappresentazione cartesiana della retta di minima distanza tra r ed s .

Risposta $\begin{cases} 3x + 3y - 19 = 0 \\ 3x + 3z - 8 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 21.12.09

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $C_k : x^2 - 2kxy - 3ky^2 + 2x + 3 = 0, k \in \mathbb{R}$.

- Si dica per quali valori di k la conica è generale;

Risposta $k \neq -2, k \neq 0$ _____ (pt.2)

- si dica per quali valori di k la conica rappresenta un'iperbole, per quali una parabola, per quali un'ellisse;

Risposta iperbole: $k < -3 \cup k > 0$, parabola: $k = -3$, ellisse: $-3 < k < 0, k \neq -2$ _____ (pt.3)

- posto $k = 1$, si determinino centro, punti impropri e asintoti di C_1 .

Risposta centro: $(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$, punti impropri: $[(3, 1, 0)], [(1, -1, 0)]$, asintoti: $2x - 6y + 3 = 0, 2x + 2y + 1 = 0$ _____ (pt.4)

ESERCIZIO 2. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ la sfera $\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0$ e il piano $\pi : x - 2y + 2z + 7 = 0$.

Si determinino:

- centro e raggio di Σ ;

Risposta centro: $(1, 1, 0)$, raggio: 4 _____ (pt.2)

- centro e raggio della circonferenza ottenuta sezionando Σ con il piano π ;

Risposta centro: $(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, -\frac{4}{3})$, raggio: $\sqrt{12}$ _____ (pt.3)

- il piano tangente a Σ nel punto $P = (0, 4, \sqrt{6})$.

Risposta $x - 3y - \sqrt{6}z + 18 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ i punti $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 3, 2)$ e la retta $r : \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + z - 2 = 0 \end{cases}$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del piano passante per A e B e parallelo a r ;

Risposta $7x + 3y + 5z - 19 = 0$ _____ (pt.3)

- una rappresentazione cartesiana della retta passante per A , perpendicolare e incidente a r ;

Risposta $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano passante per B e contenente r .

Risposta $2x + z - 2 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. Date le rette $r : \begin{cases} x - 5 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ z - h = 0 \end{cases}$, al variare di $h \in \mathbb{R}$, si determinino:

- i valori di h per cui tali rette risultano sghembe;

Risposta $h \neq -4$ _____ (pt.2)

- posto $h = 0$, una rappresentazione cartesiana della retta di minima distanza tra r ed s .

Risposta $\begin{cases} 18x + 9y - 97 = 0 \\ 18x + 9z - 74 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.4)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2° test - 21.12.09

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $C_k : 12kx^2 - 8kxy - 4y^2 - 4y - 1 = 0, k \in \mathbb{R}$.

- Si dica per quali valori di k la conica è generale;

Risposta $k \neq 0$ _____ (pt.2)

- si dica per quali valori di k la conica rappresenta un'iperbole, per quali una parabola, per quali un'ellisse;

Risposta iperbole: $k < -3 \cup k > 0$, parabola: $k = -3$, ellisse: $-3 < k < 0$ _____ (pt.3)

- posto $k = 1$, si determinino centro, punti impropri e asintoti di C_1 .

Risposta centro: $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{8})$, punti impropri: $[(1, 1, 0)], [(1, -3, 0)]$, asintoti: $4x - 4y - 1 = 0, 12x + 4y + 3 = 0$ (pt.4)

ESERCIZIO 2. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ la sfera $\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 14 = 0$ e il piano $\pi : x - 2y + 2z + 6 = 0$.

Si determinino:

- centro e raggio di Σ ;

Risposta centro: $(0, 1, 1)$, raggio: 4 _____ (pt.2)

- centro e raggio della circonferenza ottenuta sezionando Σ con il piano π ;

Risposta centro: $(-\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, -\frac{1}{3})$, raggio: $2\sqrt{3}$ _____ (pt.3)

- il piano tangente a Σ nel punto $P = (\sqrt{6}, 0, 4)$.

Risposta $\sqrt{6}x - y + 3z - 18 = 0$ _____ (pt.3)

ESERCIZIO 3. Sono dati in $E_3(\mathbb{R})$ i punti $A = (3, 3, 0)$ e $B = (0, 1, 4)$ e la retta $r : \begin{cases} x - 2z + 1 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$. Si determinino:

- un'equazione cartesiana del piano passante per A e B e parallelo a r ;

Risposta $10x - 11y + 2z + 3 = 0$ _____ (pt.3)

- una rappresentazione cartesiana della retta passante per A , perpendicolare e incidente a r ;

Risposta $\begin{cases} 5x - z - 15 = 0 \\ 10y + 7z - 30 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.3)

- un'equazione cartesiana del piano passante per B e contenente r .

Risposta $4x - 7y + 6z - 17 = 0$ _____ (pt.2)

ESERCIZIO 4. Date le rette $r : \begin{cases} x - 5 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ z - h = 0 \end{cases}$, al variare di $h \in \mathbb{R}$, si determinino:

- i valori di h per cui tali rette risultano sghembe;

Risposta $h \neq -9$ _____ (pt.2)

- posto $h = 0$, una rappresentazione cartesiana della retta di minima distanza tra r ed s .

Risposta $\begin{cases} x + 2y - 6 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$ _____ (pt.4)