

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2° test - 23/12/2015

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Nello spazio euclideo $E_3(\mathbb{R})$ in cui è fissato un riferimento cartesiano si considerino le rette $r : x + 2y - z - 1 = 0 = 2x + y$ e $s_k : kx + y + z - 2 = 0 = (k - 1)x + ky - 1$ e il punto $P = (1, 0, 1)$, dove k è un parametro reale.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la mutua posizione delle due rette;
Risposta $k \neq 1/2$ r e s_k sghembe, $k = 1/2$ r e $s_{1/2}$ incidenti _____ (pt.3)
- posto $k = 0$ si determini un'equazione cartesiana del luogo descritto dal punto P nella rotazione di asse s_0 ;
Risposta $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z = 0 = y - z + 1$ _____ (pt.3)
- si riconosca la quadrica \mathcal{Q} di equazione $x^2 + y^2 + z^2 + 2xz - 4yz - 2y + 1 = 0$.
Risposta Iperboloide ellittico _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : x^2 + ky^2 + 2x - 2y + k - 1 = 0$, dove k è un parametro reale. Si determinino, se esistono:

- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la conica \mathcal{C}_k passa per il punto $P_\infty = [(1, 1, 0)]$;
Risposta $k = -1$ _____ (pt.2)
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la conica \mathcal{C}_k ha come centro il punto $C = (-1, 1/2)$;
Risposta $k = 2$ _____ (pt.3)
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il punto $P = (1, -2)$ è il polo della retta $r : 2x + y + 1 = 0$ nella polarità definita dalla conica \mathcal{C}_k ;
Risposta $k = -1$ _____ (pt.3)
- Posto $k = -2$ si riconosca la conica \mathcal{C}_{-2} e si determinino i suoi assi e il suo centro.
Risposta \mathcal{C}_{-2} è un'iperbole; assi: $x + 1 = 0$, $2y + 1 = 0$, $C = (-1, -1/2)$ _____ (pt.4)

ESERCIZIO 3. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con prodotto scalare euclideo si consideri il sottospazio

$$U = \{(\alpha + \beta + \gamma, 2\gamma, \alpha + \gamma, \alpha - \beta) \in \mathbb{R}^4 \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\}.$$

- Si determinino la dimensione di U e una sua base ortogonale;
Risposta $\mathcal{B} = ((1, 0, 1, 1), (1, 0, 0, -1), (-1/6, 2, 1/3, -1/6))$, $\dim U = 3$ _____ (pt.4)
- si determini il complemento ortogonale di U ;
Risposta $U^\perp = \mathcal{L}((2, 1, -4, 2))$ _____ (pt.3)
- si determini il coefficiente di Fourier di $v = (1, 2, 2, 1)$ lungo $w = (1, 1, 0, -1)$.
Risposta $2/3$ _____ (pt.2)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2° test - 23/12/2015

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Nello spazio euclideo $E_3(\mathbb{R})$ in cui è fissato un riferimento cartesiano si considerino le rette $r : x + 2y - z - 1 = 0 = 2x + y$ e $s_k : (k + 1)x + y + z - 2 = 0 = kx + (k + 1)y - 1$ e il punto $P = (1, 0, 2)$, dove k è un parametro reale.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la mutua posizione delle due rette;
Risposta $k \neq -1/2$ r e s_k sghembe, $k = -1/2$ r e $s_{-1/2}$ incidenti _____ (pt.3)
- posto $k = -1$ si determini un'equazione cartesiana del luogo descritto dal punto P nella rotazione di asse s_{-1} ;
Risposta $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z + 1 = 0 = y - z + 2$ _____ (pt.3)
- si riconosca la quadrica \mathcal{Q} di equazione $x^2 + y^2 - 3z^2 + 6xy - 2xz - 4z = 0$.
Risposta Iperboloide iperbolico _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k : x^2 + (k + 1)y^2 + 2x - 2y + k = 0$, dove k è un parametro reale. Si determinino, se esistono:

- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la conica \mathcal{C}_k passa per il punto $P_\infty = [(1, 1, 0)]$;
Risposta $k = -2$ _____ (pt.2)
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la conica \mathcal{C}_k ha come centro il punto $C = (-1, 1/2)$;
Risposta $k = 1$ _____ (pt.3)
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il punto $P = (1, -2)$ è il polo della retta $r : 2x + y + 1 = 0$ nella polarità definita dalla conica \mathcal{C}_k ;
Risposta $k = -2$ _____ (pt.3)
- Posto $k = 2$ si riconosca la conica \mathcal{C}_2 e si determinino i suoi assi e il suo centro.
Risposta \mathcal{C}_2 è un'ellisse; assi: $x + 1 = 0$, $3y - 1 = 0$, $C = (-1, 1/3)$ _____ (pt.4)

ESERCIZIO 3. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con prodotto scalare euclideo si consideri il sottospazio

$$U = \{(\alpha + \beta, -\beta + 2\gamma, \alpha - \beta + \gamma, -\gamma) \in \mathbb{R}^4 \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\}.$$

- Si determinino la dimensione di U e una sua base ortogonale;
Risposta $\mathcal{B} = ((1, 0, 1, 0), (1, -1, -1, 0), (1, 2, -1, -2))$, $\dim U = 3$ _____ (pt.4)
- si determini il complemento ortogonale di U ;
Risposta $U^\perp = \mathcal{L}((1, 2, -1, 3))$ _____ (pt.3)
- si determini il coefficiente di Fourier di $v = (1, 2, 2, 1)$ lungo $w = (-1, 0, 1, 2)$.
Risposta $1/2$ _____ (pt.2)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2° test - 23/12/2015

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Nello spazio euclideo $E_3(\mathbb{R})$ in cui è fissato un riferimento cartesiano si considerino le rette $r: x + 2y - z - 1 = 0 = 2x + y$ e $s_k: 2kx + y + z - 2 = 0 = (2k - 1)x + 2ky - 1$ e il punto $P = (0, 1, -1)$, dove k è un parametro reale.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la mutua posizione delle due rette;
Risposta $k \neq 1/4$ r e s_k sghembe, $k = 1/4$ r e $s_{1/4}$ incidenti _____ (pt.3)
- posto $k = 0$ si determini un'equazione cartesiana del luogo descritto dal punto P nella rotazione di asse s_0 ;
Risposta $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z - 6 = 0 = y - z - 2$ _____ (pt.3)
- si riconosca la quadrica \mathcal{Q} di equazione $x^2 + y^2 + z^2 + 6xy - 2x + 4y + 2 = 0$.
Risposta Iperboloide ellittico _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k: x^2 + (k - 1)y^2 + 2x - 2y + k - 2 = 0$, dove k è un parametro reale. Si determinino, se esistono:

- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la conica \mathcal{C}_k passa per il punto $P_\infty = [(1, 1, 0)]$;
Risposta $k = 0$ _____ (pt.2)
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la conica \mathcal{C}_k ha come centro il punto $C = (-1, 1/2)$;
Risposta $k = 3$ _____ (pt.3)
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il punto $P = (1, -2)$ è il polo della retta $r: 2x + y + 1 = 0$ nella polarità definita dalla conica \mathcal{C}_k ;
Risposta $k = 0$ _____ (pt.3)
- Posto $k = -2$ si riconosca la conica \mathcal{C}_{-2} e si determinino i suoi assi e il suo centro.
Risposta \mathcal{C}_{-2} è un'iperbole; assi: $x + 1 = 0$, $3y + 1 = 0$, $C = (-1, -1/3)$ _____ (pt.4)

ESERCIZIO 3. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con prodotto scalare euclideo si consideri il sottospazio

$$U = \{(-\alpha + 2\beta, 2\alpha + \beta + 3\gamma, \beta - \gamma, 2\gamma) \in \mathbb{R}^4 \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\}.$$

- Si determinino la dimensione di U e una sua base ortogonale;
Risposta $\mathcal{B} = ((-1, 2, 0, 0), (2, 1, 1, 0), (4, 2, -10, 15))$, $\dim U = 3$ _____ (pt.4)
- si determini il complemento ortogonale di U ;
Risposta $U^\perp = \mathcal{L}((2, 1, -5, -4))$ _____ (pt.3)
- si determini il coefficiente di Fourier di $v = (1, 2, 2, 1)$ lungo $w = (-1, 0, 3, -6)$.
Risposta $-1/46$ _____ (pt.2)

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 2° test - 23/12/2015

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Nello spazio euclideo $E_3(\mathbb{R})$ in cui è fissato un riferimento cartesiano si considerino le rette $r: x + 2y - z - 1 = 0 = 2x + y$ e $s_k: 2kx - y - z + 2 = 0 = (2k + 1)x + 2ky + 1$ e il punto $P = (1, 0, 3)$, dove k è un parametro reale.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la mutua posizione delle due rette;
Risposta $k \neq -1/4$ r e s_k sghembe, $k = -1/4$ r e $s_{-1/4}$ incidenti _____ (pt.3)
- posto $k = 0$ si determini un'equazione cartesiana del luogo descritto dal punto P nella rotazione di asse s_0 ;
Risposta $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z = 0 = y - z + 3$ _____ (pt.3)
- si riconosca la quadrica \mathcal{Q} di equazione $x^2 - y^2 + z^2 - 2xy + 6yz + z = 0$.
Risposta Iperboloide iperbolico _____ (pt.3)

ESERCIZIO 2. In $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$ si consideri la conica $\mathcal{C}_k: x^2 + (k + 3)y^2 + 2x - 2y + k + 2 = 0$, dove k è un parametro reale. Si determinino, se esistono:

- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la conica \mathcal{C}_k passa per il punto $P_\infty = [(1, 1, 0)]$;
Risposta $k = -4$ _____ (pt.2)
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui la conica \mathcal{C}_k ha come centro il punto $C = (-1, 1/2)$;
Risposta $k = -1$ _____ (pt.3)
- i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il punto $P = (1, -2)$ è il polo della retta $r: 2x + y + 1 = 0$ nella polarità definita dalla conica \mathcal{C}_k ;
Risposta $k = -4$ _____ (pt.3)
- Posto $k = 8$ si riconosca la conica \mathcal{C}_8 e si determinino i suoi assi e il suo centro.
Risposta \mathcal{C}_8 è un'ellisse; assi: $x + 1 = 0$, $11y - 1 = 0$, $C = (-1, 1/11)$ _____ (pt.4)

ESERCIZIO 3. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ con prodotto scalare euclideo si consideri il sottospazio

$$U = \{(\alpha + 2\beta + \gamma, 2\alpha - \beta + \gamma, 3\alpha + \gamma, 3\beta + \gamma) \in \mathbb{R}^4 \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\}.$$

- Si determinino la dimensione di U e una sua base ortogonale;
Risposta $\mathcal{B} = ((1, 2, 3, 0), (2, -1, 0, 3), (0, 3, -2, 1))$, $\dim U = 3$ _____ (pt.4)
- si determini il complemento ortogonale di U ;
Risposta $U^\perp = \mathcal{L}((-3, 0, 1, 2))$ _____ (pt.3)
- si determini il coefficiente di Fourier di $v = (1, 2, 2, 1)$ lungo $w = (1, 0, 3, -1)$.
Risposta $6/11$ _____ (pt.2)