UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 1^o test - 4/11/2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k-1 & 3 \\ 2 & k & 0 & 1 \\ -k & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni qualora il sistema sia compatibile.

  Risposta Compatibile per ogni $k \in \mathbb{R}$; $k \neq -1$ ∞^1 soluz. , $k = -1$ ∞^2 soluz. ______ **(pt.4)**

- Si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $(1/3, 0, 4/3, -2/3)$ è soluzione del sistema;

  Risposta $k = 3$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino le sequenze $A_k = ((1,0,1,0),(1,0,k,0),(k,0,k,k-1))$ e $B = ((2,1,0,1),(1,0,0,1))$ e i sottospazi $U_k = \mathcal{L}(A_k)$ e $W = \mathcal{L}(B)$, dove $k \in \mathbb{R}$. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ si determinino:

- una base e la dimensione di U_k e di W;

  Risposta $k \neq 1$ $\dim U_k = 3$, $\mathcal{B}_{U_k} = A_k$; $k = 1$ $\dim U_1 = 1$ $\mathcal{B}_{U_1} = ((1,0,1,0))$; $\dim W = 2$, $\mathcal{B}_W = B$ ______ **(pt.3)**

- le dimensioni di $U_k + W$ e di $U_k \bigcap W$;

  Risposta $k \neq 1$ $\dim(U_k + W) = 4$, $\dim(U_k \cap W) = 1$; $k = 1$ $\dim(U_1 + W) = 3$, $\dim(U_1 \cap W) = 0$ **(pt.4)**

- i valori di k, se esistono, per i quali la somma $U_k + W$ è diretta.

  Risposta $k = 1$ ______ **(pt.1)**

- un complemento diretto di W;

  Risposta $\mathcal{L}((0,1,0,0),(0,0,1,0))$ ______ **(pt.2)**

- posto $k = 0$ una base ortogonale di U_0 rispetto al prodotto scalare euclideo.

  Risposta $((1,0,1,0),(0,0,0,1),(1/2,0,-1/2,0))$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ è data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} k-1 & 2 & k/2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;

  Risposta $-1,\ 3,\ k-1$ ______ **(pt.2)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ gli autovalori di A_k sono tutti distinti;

  Risposta $k \neq 0, 4$ ______ **(pt.1)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A_k è diagonalizzabile;

  Risposta $k \neq 0$ ______ **(pt.3)**

- i valori di $k \in \mathbb{R}$, se esistono, per cui il vettore $(1,1,1)$ è un autovettore di A_k.

  Risposta $k = -4/3$ ______ **(pt.2)**

Posto $k = 4$ si determino una matrice diagonale D simile ad A_4 e la relativa matrice diagonalizzante P.

Risposta $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $P = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ______ **(pt.4)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 1^o test - 4/11/2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k & 3 \\ 2 & k+1 & 0 & 1 \\ -k-1 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k+1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni qualora il sistema sia compatibile.

  Risposta Compatibile per ogni $k \in \mathbb{R}$; $k \neq -2$ ∞^1 soluz. , $k = -2$ ∞^2 soluz. ______ **(pt.4)**

- Si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $(1/3, 0, 4/3, -2/3)$ è soluzione del sistema;

  Risposta $k = 2$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino le sequenze $A_k = ((k,0,k,k),(0,0,0,1),(1,1,0,2))$ e $B = ((0,0,3,1),(1,1,0,-1))$ e i sottospazi $U_k = \mathcal{L}(A_k)$ e $W = \mathcal{L}(B)$, dove $k \in \mathbb{R}$. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ si determinino:

- una base e la dimensione di U_k e di W;

  Risposta $k \neq 0$ $\dim U_k = 3$, $\mathcal{B}_{U_k} = A_k$; $k = 0$ $\dim U_0 = 2$ $\mathcal{B}_{U_0} = ((0,0,0,1),(1,1,0,2))$; $\dim W = 2$, $\mathcal{B}_W = B$ ______ **(pt.3)**

- le dimensioni di $U_k + W$ e di $U_k \bigcap W$;

  Risposta $k \neq 0$ $\dim(U_k + W) = 4$, $\dim(U_k \cap W) = 1$; $k = 0$ $\dim(U_0 + W) = 3$, $\dim(U_0 \cap W) = 1$ **(pt.4)**

- i valori di k, se esistono, per i quali la somma $U_k + W$ è diretta.

  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ ______ **(pt.1)**

- un complemento diretto di W;

  Risposta $\mathcal{L}((1,0,0,0),(0,1,0,0))$ ______ **(pt.2)**

- posto $k = 0$ una base ortogonale di U_0 rispetto al prodotto scalare euclideo.

  Risposta $((0,0,0,1),(1,1,0,0))$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ è data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} k & 3 & -k \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;

  Risposta $1,\ 3,\ k$ ______ **(pt.2)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ gli autovalori di A_k sono tutti distinti;

  Risposta $k \neq 1, 3$ ______ **(pt.1)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A_k è diagonalizzabile;

  Risposta $k \neq 1$ ______ **(pt.3)**

- i valori di $k \in \mathbb{R}$, se esistono, per cui il vettore $(4, -1, 1)$ è un autovettore di A_k.

  Risposta $k = 7/3$ ______ **(pt.2)**

Posto $k = 3$ si determino una matrice diagonale D simile ad A_3 e la relativa matrice diagonalizzante P.

Risposta $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ______ **(pt.4)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 1^o test - 4/11/2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k+1 & 3 \\ 2 & k+2 & 0 & 1 \\ -k-2 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k+2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni qualora il sistema sia compatibile.

  Risposta Compatibile per ogni $k \in \mathbb{R}$; $k \neq -3$ ∞^1 soluz. , $k = -3$ ∞^2 soluz. ______ **(pt.4)**

- Si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $(1/3, 0, 4/3, -2/3)$ è soluzione del sistema;

  Risposta $k = 1$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino le sequenze $A_k = ((k,3,0,1),(3,k,0,1))$ e $B = ((1,0,0,0),(2,0,1,1),(0,0,1,1))$ e i sottospazi $U_k = \mathcal{L}(A_k)$ e $W = \mathcal{L}(B)$, dove $k \in \mathbb{R}$. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ si determinino:

- una base e la dimensione di U_k e di W;

  Risposta $k \neq 3$ $\dim U_k = 2$, $\mathcal{B}_{U_k} = A_k$; $k = 3$ $\dim U_3 = 1$ $\mathcal{B}_{U_3} = ((3,3,0,1))$; $\dim W = 2$, $\mathcal{B}_W = ((1,0,0,0),(0,0,1,1))$ ______ **(pt.3)**

- le dimensioni di $U_k + W$ e di $U_k \bigcap W$;

  Risposta $k \neq 3$ $\dim(U_k + W) = 4$, $\dim(U_k \cap W) = 0$; $k = 3$ $\dim(U_3 + W) = 3$, $\dim(U_3 \cap W) = 0$ **(pt.4)**

- i valori di k, se esistono, per i quali la somma $U_k + W$ è diretta.

  Risposta $\forall k \in \mathbb{R}$ ______ **(pt.1)**

- un complemento diretto di W;

  Risposta $\mathcal{L}((0,1,0,0),(0,0,1,0))$ ______ **(pt.2)**

- posto $k = 1$ una base ortogonale di U_1 rispetto al prodotto scalare euclideo.

  Risposta $((1,3,0,1),(26/11,-10/11,0,4/11))$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ è data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 2k & 0 & k-\frac{5}{4} \\ 0 & 3 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 3 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;

  Risposta $5/2,\ 7/2,\ 2k$ ______ **(pt.2)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ gli autovalori di A_k sono tutti distinti;

  Risposta $k \neq 5/4, 7/4$ ______ **(pt.1)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A_k è diagonalizzabile;

  Risposta $k \neq 7/4$ ______ **(pt.3)**

- i valori di $k \in \mathbb{R}$, se esistono, per cui il vettore $(-1,1,1)$ è un autovettore di A_k.

  Risposta $k = 9/4$ ______ **(pt.2)**

Posto $k = 5/4$ si determino una matrice diagonale D simile ad $A_{5/4}$ e la relativa matrice diagonalizzante P.

Risposta $D = \begin{pmatrix} 7/2 & 0 & 0 \\ 0 & 5/2 & 0 \\ 0 & 0 & 5/2 \end{pmatrix}$ $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ______ **(pt.4)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 1^o test - 4/11/2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2k-1 & 3 \\ 2 & 2k & 0 & 1 \\ -2k & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2k \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, precisando il numero di soluzioni qualora il sistema sia compatibile.

  Risposta Compatibile per ogni $k \in \mathbb{R}$; $k \neq -1/2$ ∞^1 soluz. , $k = -1/2$ ∞^2 soluz. ______ **(pt.4)**

- Si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $(1/3, 0, 4/3, -2/3)$ è soluzione del sistema;

  Risposta $k = 3/2$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino le sequenze $A_k = ((1,0,1,0),(1,0,k-1,0),(k-1,0,k-1,k-2))$ e $B = ((2,1,0,1),(1,0,0,1),(2,0,1,1))$ e i sottospazi $U_k = \mathcal{L}(A_k)$ e $W = \mathcal{L}(B)$, dove $k \in \mathbb{R}$. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ si determinino:

- una base e la dimensione di U_k e di W;

  Risposta $k \neq 2$ $\dim U_k = 3$, $\mathcal{B}_{U_k} = A_k$; $k = 2$ $\dim U_2 = 1$ $\mathcal{B}_{U_2} = ((1,0,1,0))$; $\dim W = 3$, $\mathcal{B}_W = B$ ______ **(pt.3)**

- le dimensioni di $U_k + W$ e di $U_k \bigcap W$;

  Risposta $k \neq 2$ $\dim(U_k + W) = 4$, $\dim(U_k \cap W) = 2$; $k = 2$ $\dim(U_2 + W) = 3$, $\dim(U_2 \cap W) = 1$ **(pt.4)**

- i valori di k, se esistono, per i quali la somma $U_k + W$ è diretta.

  Risposta $\nexists k \in \mathbb{R}$ ______ **(pt.1)**

- un complemento diretto di W;

  Risposta $\mathcal{L}((1,0,0,0))$ ______ **(pt.2)**

- posto $k = 1$ una base ortogonale di U_1 rispetto al prodotto scalare euclideo.

  Risposta $((1,0,1,0),(0,0,0,1),(1/2,0,-1/2,0))$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ è data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} k & 2 & \frac{k+1}{2} \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;

  Risposta $-1,\ 3,\ k$ ______ **(pt.2)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ gli autovalori di A_k sono tutti distinti;

  Risposta $k \neq -1, 3$ ______ **(pt.1)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A_k è diagonalizzabile;

  Risposta $k \neq -1$ ______ **(pt.3)**

- i valori di $k \in \mathbb{R}$, se esistono, per cui il vettore $(1,1,1)$ è un autovettore di A_k.

  Risposta $k = -7/3$ ______ **(pt.2)**

Posto $k = 3$ si determino una matrice diagonale D simile ad A_3 e la relativa matrice diagonalizzante P.

Risposta $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $P = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ______ **(pt.4)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 1^o test - 4/11/2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k-2 & 3 \\ 2 & k-1 & 0 & 1 \\ -k+1 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k-1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_kX = B_k$, precisando il numero di soluzioni qualora il sistema sia compatibile.

  Risposta Compatibile per ogni $k \in \mathbb{R}$; $k \neq 0$ ∞^1 soluz. , $k = 0$ ∞^2 soluz. ______ **(pt.4)**

- Si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $(1/3, 0, 4/3, -2/3)$ è soluzione del sistema;

  Risposta $k = 4$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino le sequenze $A_k = ((k+1, 0, k+1, k+1), (0, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 2))$ e $B = ((0, 0, 3, 1), (1, 0, 0, -1))$ e i sottospazi $U_k = \mathcal{L}(A_k)$ e $W = \mathcal{L}(B)$, dove $k \in \mathbb{R}$. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ si determinino:

- una base e la dimensione di U_k e di W;

  Risposta $k \neq -1$ $\dim U_k = 3$, $\mathcal{B}_{U_k} = A_k$; $k = -1$ $\dim U_{-1} = 2$ $\mathcal{B}_{U_{-1}} = ((0, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 2))$; $\dim W = 2$, $\mathcal{B}_W = B$ ______ **(pt.3)**

- le dimensioni di $U_k + W$ e di $U_k \bigcap W$;

  Risposta $k \neq -1$ $\dim(U_k+W) = 4$, $\dim(U_k \cap W) = 1$; $k = -1$ $\dim(U_{-1}+W) = 4$, $\dim(U_{-1} \cap W) = 0$ **(pt.4)**

- i valori di k, se esistono, per i quali la somma $U_k + W$ è diretta.

  Risposta $k = -1$ ______ **(pt.1)**

- un complemento diretto di W;

  Risposta $\mathcal{L}((1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0))$ ______ **(pt.2)**

- posto $k = -1$ una base ortogonale di U_{-1} rispetto al prodotto scalare euclideo.

  Risposta $((0, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 0))$ ______ **(pt.2)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ è data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} k+1 & 3 & -k-1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;

  Risposta $1,\ 3,\ k+1$ ______ **(pt.2)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ gli autovalori di A_k sono tutti distinti;

  Risposta $k \neq 0, 2$ ______ **(pt.1)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A_k è diagonalizzabile;

  Risposta $k \neq 0$ ______ **(pt.3)**

- i valori di $k \in \mathbb{R}$, se esistono, per cui il vettore $(4, -1, 1)$ è un autovettore di A_k.

  Risposta $k = 4/3$ ______ **(pt.2)**

Posto $k = 2$ si determino una matrice diagonale D simile ad A_2 e la relativa matrice diagonalizzante P.

Risposta $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ______ **(pt.4)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - Algebra ed Elementi di Geometria - 1^o test - 4/11/2014

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k-3 & 3 \\ 2 & k-2 & 0 & 1 \\ -k+2 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k-2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si discuta, al variare di $k \in \mathbb{R}$, la compatibilità del sistema $A_kX = B_k$, precisando il numero di soluzioni qualora il sistema sia compatibile.

  Risposta Compatibile per ogni $k \in \mathbb{R}$; $k \neq 1$ ∞^1 soluz. , $k = 1$ ∞^2 soluz. **(pt.4)**

- Si determinino, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui $(1/3, 0, 4/3, -2/3)$ è soluzione del sistema;

  Risposta $k = 5$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 2. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si considerino le sequenze $A_k = ((k-1, 3, 0, 1), (3, k-1, 0, 1))$ e $B = ((1, 0, 0, 0), (2, 0, 1, 1), (0, 0, 1, 1))$ e i sottospazi $U_k = \mathcal{L}(A_k)$ e $W = \mathcal{L}(B)$, dove $k \in \mathbb{R}$. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ si determinino:

- una base e la dimensione di U_k e di W;

  Risposta $k \neq 4$ $\dim U_k = 2$, $\mathcal{B}_{U_k} = A_k$; $k = 4$ $\dim U_4 = 1$ $\mathcal{B}_{U_4} = ((3, 3, 0, 1))$; $\dim W = 2$, $\mathcal{B}_W = ((1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 1))$ **(pt.3)**

- le dimensioni di $U_k + W$ e di $U_k \bigcap W$;

  Risposta $k \neq 4$ $\dim(U_k + W) = 4$, $\dim(U_k \cap W) = 0$; $k = 4$ $\dim(U_4 + W) = 3$, $\dim(U_4 \cap W) = 0$ **(pt.4)**

- i valori di k, se esistono, per i quali la somma $U_k + W$ è diretta.

  Risposta $\forall k \in \mathbb{R}$ **(pt.1)**

- un complemento diretto di W;

  Risposta $\mathcal{L}((0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0))$ **(pt.2)**

- posto $k = 2$ una base ortogonale di U_2 rispetto al prodotto scalare euclideo.

  Risposta $((1, 3, 0, 1), (26/11, -10/11, 0, 4/11))$ **(pt.2)**

ESERCIZIO 3. In $M_3(\mathbb{R})$ è data la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 2k+2 & 0 & k-\frac{1}{4} \\ 0 & 3 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 3 \end{pmatrix}$ con $k \in \mathbb{R}$. Si determinino:

- gli autovalori di A_k;

  Risposta $5/2,\ 7/2,\ 2k+2$ **(pt.2)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ gli autovalori di A_k sono tutti distinti;

  Risposta $k \neq 1/4, 3/4$ **(pt.1)**

- per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A_k è diagonalizzabile;

  Risposta $k \neq 3/4$ **(pt.3)**

- i valori di $k \in \mathbb{R}$, se esistono, per cui il vettore $(-1, 1, 1)$ è un autovettore di A_k.

  Risposta $k = 5/4$ **(pt.2)**

Posto $k = 1/4$ si determino una matrice diagonale D simile ad $A_{1/4}$ e la relativa matrice diagonalizzante P.

Risposta $D = \begin{pmatrix} 7/2 & 0 & 0 \\ 0 & 5/2 & 0 \\ 0 & 0 & 5/2 \end{pmatrix}$ $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ **(pt.4)**