UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 08/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$, è data la sfera $\Sigma\ :\ x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 2z - 4 = 0$.

- Si determinino delle equazioni cartesiane per le due sfere Σ_1 e Σ_2 tangenti alla sfera Σ e con centro in $C(0, 1, 5)$.

  Risposta $\Sigma_1 :\ x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 10z - 38 = 0,\qquad \Sigma_2 :\ x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 10z + 22 = 0$ **(pt.3G)**

- Si determini la natura dei punti semplici di Σ.

  Risposta Punti semplici ellittici ______ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si considerino, al variare del parametro reale k, le coniche $\mathcal{C}_k\ :\ x^2-4xy+ky^2+2y-4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ ammette due asintoti tra loro ortogonali;

  Risposta $k = -1$ ______ **(pt.1G)**

- il centro di $\mathcal{C}_k$ è il punto $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$;

  Risposta $k = 8$ ______ **(pt.2G)**

- i due punti $P = (2, 1)$ e $Q = (1, 2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = 9/2$ ______ **(pt.1G)**

Posto $k = 4$, si riconosca $\mathcal{C}_4$ e se ne determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti e assi.

Risposta Parabola; $C_\infty = [(2, 1, 0)]$; $5x - 10y - 2 = 0$ ______ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino le rette $r\ :\ 3x + y - 3 = 0 = x + z - 1$ ed $s\ :\ x - 2y = 0 = y + z - 1$. Si determini:

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e ortogonale a s;

  Risposta $2x + y - z - 2 = 0$ ______ **(pt.2G)**

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e parallelo a s.

  Risposta $4x - y + 7z - 4 = 0$ ______ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 08/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$, è data la sfera $\Sigma \ : \ x^2+y^2+z^2-6y-10z+25=0$.

- Si determinino delle equazioni cartesiane per le due sfere Σ_1 e Σ_2 tangenti alla sfera Σ e con centro in $C(0,-1,2)$.

  Risposta $\Sigma_1: \ x^2+y^2+z^2+2y-4z+1=0, \qquad \Sigma_2: \ x^2+y^2+z^2+2y-4z-59=0$ ____ **(pt.3G)**

- Si determini la natura dei punti semplici di Σ.

  Risposta Punti semplici ellittici ____ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si considerino, al variare del parametro reale k, le coniche $\mathcal{C}_k \ : \ (k-1)x^2-6xy+y^2+2x-3=0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ ammette due asintoti tra loro ortogonali;

  Risposta $k=0$ ____ **(pt.1G)**

- il centro di $\mathcal{C}_k$ è il punto $\left(-\frac{1}{6},-\frac{1}{2}\right)$;

  Risposta $k=16$ ____ **(pt.2G)**

- i due punti $P=(2,1)$ e $Q=(1,2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k=15/2$ ____ **(pt.1G)**

Posto $k=10$, si riconosca $\mathcal{C}_{10}$ e se ne determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti e assi.

Risposta Parabola; $\quad C_\infty=[(1,3,0)]; \quad 30x-10y+3=0$ ____ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino le rette $r \ : \ x+z-3=0=y-2z-1$ ed $s \ : \ x-3z=0=y-z-1$. Si determini:

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e ortogonale a s;

  Risposta $3x+y+z-10=0$ ____ **(pt.2G)**

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e parallelo a s.

  Risposta $x+4y-7z-7=0$ ____ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 08/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$, è data la sfera $\Sigma \ : \ x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 10z + 28 = 0$.

- Si determinino delle equazioni cartesiane per le due sfere Σ_1 e Σ_2 tangenti alla sfera Σ e con centro in $C(-1, 0, 1)$.

  Risposta $\Sigma_1 : \ x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 34 = 0,$ $\Sigma_2 : \ x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 14 = 0$ **(pt.3G)**

- Si determini la natura dei punti semplici di Σ.

  Risposta Punti semplici ellittici **(pt.1G)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si considerino, al variare del parametro reale k, le coniche $\mathcal{C}_k \ : \ x^2 - 4xy + (k-2)y^2 - 2y - 2 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ ammette due asintoti tra loro ortogonali;

  Risposta $k = 1$ **(pt.1G)**

- il centro di $\mathcal{C}_k$ è il punto $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$;

  Risposta $k = 2$ **(pt.2G)**

- i due punti $P = (2, 1)$ e $Q = (1, 2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = 17/2$ **(pt.1G)**

Posto $k = 6$, si riconosca $\mathcal{C}_6$ e se ne determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti e assi.

Risposta Parabola; $C_\infty = [(2, 1, 0)]$; $5x - 10y + 2 = 0$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino le rette $r \ : \ x + y - 2 = 0 = y - z + 2$ ed $s \ : \ 2x + y = 0 = 3x - z + 1$. Si determini:

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e ortogonale a s;

  Risposta $x - 2y + 3z - 8 = 0$ **(pt.2G)**

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e parallelo a s.

  Risposta $5x + 4y + z - 12 = 0$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 08/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$, è data la sfera $\Sigma\ :\ x^2+y^2+z^2-2y+4z-4=0$.

- Si determinino delle equazioni cartesiane per le due sfere Σ_1 e Σ_2 tangenti alla sfera Σ e con centro in $C(0,-2,2)$.

  Risposta $\Sigma_1:\ x^2+y^2+z^2+4y-4z-56=0,\qquad \Sigma_2:\ x^2+y^2+z^2+4y-4z+4=0$ ___ **(pt.3G)**

- Si determini la natura dei punti semplici di Σ.

  Risposta Punti semplici ellittici ___ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si considerino, al variare del parametro reale k, le coniche $\mathcal{C}_k\ :\ (k+1)x^2-6xy+y^2+4x-4=0$. Si determinino i valori di $k\in\mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ ammette due asintoti tra loro ortogonali;

  Risposta $k=-2$ ___ **(pt.1G)**

- il centro di $\mathcal{C}_k$ è il punto $\left(-\frac{1}{6},-\frac{1}{2}\right)$;

  Risposta $k=20$ ___ **(pt.2G)**

- i due punti $P=(2,1)$ e $Q=(1,2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k=9/2$ ___ **(pt.1G)**

Posto $k=8$, si riconosca $\mathcal{C}_8$ e se ne determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti e assi.

Risposta Parabola; $C_\infty=[(1,3,0)]$; $15x-5y+3=0$ ___ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino le rette $r\ :\ x+y-1=0=3y+z-3$ ed $s\ :\ x+z-1=0=y-2z$. Si determini:

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e ortogonale a s;

  Risposta $x-2y-z+2=0$ ___ **(pt.2G)**

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e parallelo a s.

  Risposta $7x+4y-z-4=0$ ___ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 08/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$, è data la sfera $\Sigma \ : \ x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y + 4 = 0$.

- Si determinino delle equazioni cartesiane per le due sfere Σ_1 e Σ_2 tangenti alla sfera Σ e con centro in $C(-2, 1, 0)$.

  Risposta $\Sigma_1 : \ x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 76 = 0, \qquad \Sigma_2 : \ x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4 = 0$ ____ **(pt.3G)**

- Si determini la natura dei punti semplici di Σ.

  Risposta Punti semplici ellittici ____ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si considerino, al variare del parametro reale k, le coniche $\mathcal{C}_k \ : \ x^2 - 4xy + (k + 2)y^2 + 2y - 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ ammette due asintoti tra loro ortogonali;

  Risposta $k = -3$ ____ **(pt.1G)**

- il centro di $\mathcal{C}_k$ è il punto $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$;

  Risposta $k = 6$ ____ **(pt.2G)**

- i due punti $P = (2, 1)$ e $Q = (1, 2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = 5/2$ ____ **(pt.1G)**

Posto $k = 2$, si riconosca $\mathcal{C}_2$ e se ne determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti e assi.

Risposta Parabola; $\quad C_\infty = [(2, 1, 0)]; \quad 5x - 10y - 2 = 0$ ____ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino le rette $r \ : \ 2x - z + 1 = 0 = x + y - 3$ ed $s \ : \ 3x - y = 0 = x - z + 1$. Si determini:

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e ortogonale a s;

  Risposta $x + 3y + z - 10 = 0$ ____ **(pt.2G)**

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e parallelo a s.

  Risposta $7x - y - 4z + 7 = 0$ ____ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 08/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$, è data la sfera $\Sigma \ : \ x^2+y^2+z^2-10x-4z+13=0$.

- Si determinino delle equazioni cartesiane per le due sfere Σ_1 e Σ_2 tangenti alla sfera Σ e con centro in $C(1,0,-1)$.

  Risposta $\Sigma_1 : \ x^2+y^2+z^2-2x+2z-79=0,\qquad \Sigma_2 : \ x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ ___ **(pt.3G)**

- Si determini la natura dei punti semplici di Σ.

  Risposta Punti semplici ellittici ___ **(pt.1G)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si considerino, al variare del parametro reale k, le coniche $\mathcal{C}_k \ : \ (k-2)x^2-6xy+y^2+2x-3=0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ ammette due asintoti tra loro ortogonali;

  Risposta $k=1$ ___ **(pt.1G)**

- il centro di $\mathcal{C}_k$ è il punto $\left(-\frac{1}{6},-\frac{1}{2}\right)$;

  Risposta $k=17$ ___ **(pt.2G)**

- i due punti $P=(2,1)$ e $Q=(1,2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k=17/2$ ___ **(pt.1G)**

Posto $k=11$, si riconosca $\mathcal{C}_{11}$ e se ne determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti e assi.

Risposta Parabola; $C_\infty=[(1,3,0)]$; $30x-10y+3=0$ ___ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino le rette $r \ : \ x-z-2=0=y+z-2$ ed $s \ : \ x-3y-1=0=2y+z$. Si determini:

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e ortogonale a s;

  Risposta $3x+y-2z-8=0$ ___ **(pt.2G)**

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e parallelo a s.

  Risposta $x+5y+4z-12=0$ ___ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 08/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$, è data la sfera $\Sigma \ : \ x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

- Si determinino delle equazioni cartesiane per le due sfere Σ_1 e Σ_2 tangenti alla sfera Σ e con centro in $C(-2, 2, 0)$.

  Risposta $\Sigma_1 : \ x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y - 41 = 0, \qquad \Sigma_2 : \ x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y - 1 = 0$ **(pt.3G)**

- Si determini la natura dei punti semplici di Σ.

  Risposta Punti semplici ellittici **(pt.1G)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si considerino, al variare del parametro reale k, le coniche $\mathcal{C}_k \ : \ x^2 - 4xy + (k+1)y^2 + 2y - 4 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ ammette due asintoti tra loro ortogonali;

  Risposta $k = -2$ **(pt.1G)**

- il centro di $\mathcal{C}_k$ è il punto $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$;

  Risposta $k = 7$ **(pt.2G)**

- i due punti $P = (2, 1)$ e $Q = (1, 2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = 7/2$ **(pt.1G)**

Posto $k = 3$, si riconosca $\mathcal{C}_3$ e se ne determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti e assi.

Risposta Parabola; $C_\infty = [(2, 1, 0)]$; $5x - 10y - 2 = 0$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino le rette $r \ : \ y + z - 1 = 0 = x + 3z - 3$ ed $s \ : \ x + y - 1 = 0 = 2x - z$. Si determini:

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e ortogonale a s;

  Risposta $x - y + 2z - 2 = 0$ **(pt.2G)**

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e parallelo a s.

  Risposta $x - 7y - 4z + 4 = 0$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 08/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$, è data la sfera $\Sigma \ : \ x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 10y + 33 = 0$.

- Si determinino delle equazioni cartesiane per le due sfere Σ_1 e Σ_2 tangenti alla sfera Σ e con centro in $C(-1, 2, 0)$.

  Risposta $\Sigma_1 : \ x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 31 = 0$, $\Sigma_2 : \ x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 11 = 0$ **(pt.3G)**

- Si determini la natura dei punti semplici di Σ.

  Risposta Punti semplici ellittici **(pt.1G)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si considerino, al variare del parametro reale k, le coniche $\mathcal{C}_k \ : \ x^2 - 4xy + (k-1)y^2 - 2y - 2 = 0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ ammette due asintoti tra loro ortogonali;

  Risposta $k = 0$ **(pt.1G)**

- il centro di $\mathcal{C}_k$ è il punto $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$;

  Risposta $k = 1$ **(pt.2G)**

- i due punti $P = (2, 1)$ e $Q = (1, 2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k = 15/2$ **(pt.1G)**

Posto $k = 5$, si riconosca $\mathcal{C}_5$ e se ne determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti e assi.

Risposta Parabola; $C_\infty = [(2, 1, 0)]$; $5x - 10y + 2 = 0$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino le rette $r \ : \ x - 2y - 1 = 0 = y + z - 3$ ed $s \ : \ x - y - 1 = 0 = 3y - z$. Si determini:

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e ortogonale a s;

  Risposta $x + y + 3z - 10 = 0$ **(pt.2G)**

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e parallelo a s.

  Risposta $4x - 7y + z - 7 = 0$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 2^o test - 08/01/2020

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{R})$, è data la sfera $\Sigma : x^2+y^2+z^2-8x-4z+16=0$.

- Si determinino delle equazioni cartesiane per le due sfere Σ_1 e Σ_2 tangenti alla sfera Σ e con centro in $C(1,0,-2)$.

  Risposta $\Sigma_1 : x^2+y^2+z^2-2x+4z-44=0$, $\Sigma_2 : x^2+y^2+z^2-2x+4z-4=0$ **(pt.3G)**

- Si determini la natura dei punti semplici di Σ.

  Risposta Punti semplici ellittici **(pt.1G)**

ESERCIZIO 2. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$ si considerino, al variare del parametro reale k, le coniche $\mathcal{C}_k : kx^2-6xy+y^2+4x-4=0$. Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali:

- $\mathcal{C}_k$ ammette due asintoti tra loro ortogonali;

  Risposta $k=-1$ **(pt.1G)**

- il centro di $\mathcal{C}_k$ è il punto $\left(-\frac{1}{6},-\frac{1}{2}\right)$;

  Risposta $k=21$ **(pt.2G)**

- i due punti $P=(2,1)$ e $Q=(1,2)$ sono coniugati rispetto a $\mathcal{C}_k$.

  Risposta $k=11/2$ **(pt.1G)**

Posto $k=9$, si riconosca $\mathcal{C}_9$ e se ne determinino, se esistono e sono reali, centro, asintoti e assi.

Risposta Parabola; $C_\infty=[(1,3,0)]$; $15x-5y+3=0$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 3. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si considerino le rette $r : x-y+2=0=x+z-2$ ed $s : x+2z=0=y-3z-1$. Si determini:

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e ortogonale a s;

  Risposta $2x-3y-z+8=0$ **(pt.2G)**

- un'equazione cartesiana del piano contenente r e parallelo a s.

  Risposta $4x+y+5z-12=0$ **(pt.2G)**